

HEINRICH·HERTZ·INSTITUT FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG  
BERLIN·CHARLOTTENBURG

# Technischer Bericht Nr. 118

Die Darstellung longitudinaler Plasmawellen  
im Indiumantimonid auf dem Analogrechner

von

Dr.-Ing. Bernhard Strebel

Berlin

1 9 7 0



Die Darstellung longitudinaler Plasmawellen im Indiumantimonid auf dem Analogrechner

Zusammenfassung

Das Gleichungssystem einer eindimensionalen Plasmaströmung in einem allseits ausgedehnten Halbleiter wird für den Fall der Ausbreitung örtlich an- und abklingender Raumladungswellen auf einem Analogrechner dargestellt. Die Methode entspricht dem Stabilitätskriterium von Sturrock.

Die wichtigsten Lösungstypen des unkompensierten und beweglichen Plasmas sind an Hand der zugehörigen Dispersionsgleichung diskutiert.

Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung

Der Bearbeiter

*Strebel*  
(Dr. B. Strebel)



Der Abteilungsleiter

*Gundlach*  
(Prof. Dr.-Ing. F. W. Gundlach)

Der Institutsdirektor

*P. Mathieu*  
(Prof. Dr.-phil. P. Mathieu)

Berlin-Charlottenburg, den 20. Mai 1970

## Inhaltsübersicht

1. Einleitung
2. Die Gleichungen einer eindimensionalen Plasmaströmung
3. Die Analogrechnerschaltung
4. Wellen im unkompensierten Elektronenplasma
  - 4.1. Darstellung auf dem Analogrechner
  - 4.2. Diskussion des Ergebnisses
5. Wellen im Elektron-Lochplasma
  - 5.1. Darstellung auf dem Analogrechner
  - 5.2. Diskussion der Ergebnisse
6. Schlußbemerkung
7. Literatur
8. Liste der Symbole

## 1. Einleitung

Die Ausbreitung longitudinaler Raumladungswellen im Halbleiterplasma ist bereits von verschiedenen Autoren theoretisch untersucht worden. Das Interesse galt der Frage nach der Erzeugung und Verstärkung von Mikrowellen durch Laufzeiteffekte. Die Entstehungsmöglichkeiten einer longitudinalen Zweistrominstabilität sind beispielsweise von Pines und Schrieffer [1] sowie Köchner [2] und Rowe [3] behandelt worden. In den Arbeiten wird die Dispersionsgleichung für ein allseits ausge dehntes Medium auf absolute und konvektive Instabilitäten untersucht. Solymar, Ash [4] und Hines [5] berechnen die Verkopplung der Raumladungswellen mit Verzögerungsstrukturen.

Während in den obengenannten Arbeiten mittels Digitalrechner gewonnene Dispersionskurven Auskunft über das Stabilitätsverhalten geben, wird hier die Ausbreitung an- und abklingender Wellen auf dem Analogrechner veranschaulicht.



## 2. Die Gleichungen einer eindimensionalen Plasmaströmung.

Die longitudinalen Raumladungswellen breiten sich in einem Halbleiter aus, dessen bewegliche Ladungen, die Elektronen und Löcher unter dem Einfluß eines elektrischen Gleichfeldes in einer Dimension bewegt werden. Köchner [2] gibt hierfür ein Gleichungssystem an, bei dem elektrische Felder nur in Stromrichtung auftreten:

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + v_n \frac{\partial v_n}{\partial z} + \frac{v_n}{\tau_n} + \frac{v_n^2}{n} \frac{\partial n}{\partial z} = - \frac{e}{m_n} E \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_p}{\partial t} + v_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + \frac{v_p}{\tau_p} + \frac{v_p^2}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{e}{m_p} E \quad (2)$$

$$en v_n - ep v_p = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3)$$

$$- \frac{\partial n}{\partial t} - v_n \frac{\partial n}{\partial z} - n \frac{\partial v_n}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v_p \frac{\partial p}{\partial z} + p \frac{\partial v_p}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Die Gleichungen (1) und (2) sind die Bewegungsgleichungen für Elektronen und Löcher, deren Geschwindigkeiten entgegengesetzt gerichtet sind. Das Kollisionsglied  $v_n / \tau_n$  enthält das Ohmsche Gesetz, während das Diffusionsglied  $\frac{v_n^2}{n} \frac{\partial n}{\partial z}$  einer Boltzmannverteilung der Ladungsträger bei definierter Temperatur entspricht. Das Modell ist brauchbar, solange  $\lambda > \lambda_D$  [6]. Im Durchflutungsgesetz (3) ist näherungsweise  $\text{rot. } \vec{H} = 0$  gesetzt, so daß die Untersuchung auf den Fall reiner hydrodynamischer Wellen beschränkt wird. Die Gleichungen (4) und (5) stellen die Kontinuitätsgleichung für Elektronen und Löcher

dar, wobei die Rekombination und Paarbildung vernachlässigt sind.

Nach Köchner werden die variablen Größen in einen stationären und in einen Wechselanteil zerlegt:

$$n = n_0 + n_{\sim}(z, t) \quad ; \quad p = p_0 + p_{\sim}(z, t) \quad (6)$$

$$v_n = v_{n0} + v_{n\sim}(z, t) \quad ; \quad v_p = v_{p0} + v_{p\sim}(z, t) \quad (7)$$

$$E = E_0 + E_{\sim}(z, t) \quad (8)$$

Durch Vernachlässigung von Produkten zweier Wechselgrößen und Fortlassen stationärer Anteile erhält man das Gleichungssystem:

$$\frac{\partial v_{n\sim}}{\partial t} + v_{n0} \frac{\partial v_{n\sim}}{\partial z} + \frac{v_{n\sim}}{\tau_n} + \frac{v_{\sim}^2}{n_0} \cdot \frac{\partial n_{\sim}}{\partial z} = - \frac{e}{m_n} E_{\sim} \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_{p\sim}}{\partial t} + v_{p0} \frac{\partial v_{p\sim}}{\partial z} + \frac{v_{p\sim}}{\tau_p} + \frac{v_{\sim}^2}{p_0} \cdot \frac{\partial p_{\sim}}{\partial z} = \frac{e}{m_p} E_{\sim} \quad (10)$$

$$n_0 v_{n\sim} + v_{n0} n_{\sim} - v_{p0} p_{\sim} - p_0 v_{p\sim} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} \frac{\partial E_{\sim}}{\partial t} \quad (11)$$

$$- \frac{\partial n_{\sim}}{\partial t} - v_{n0} \frac{\partial n_{\sim}}{\partial z} - n_0 \frac{\partial v_{n\sim}}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial p_{\sim}}{\partial t} + v_{p0} \frac{\partial p_{\sim}}{\partial z} + p_0 \frac{\partial v_{p\sim}}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

An der Stelle  $z = 0$  werden nun mit der Frequenz  $\omega$  Wellen angeregt, die sich in positiver und negativer  $z$ -Richtung ausbreiten. Es sind Longitudinalwellen, da  $v_{n\sim}$  und  $v_{p\sim}$  in bzw. gegen  $z$ -Richtung zeigen. Eine Anregung mit  $\omega$  bedeutet, daß sich die Wechselgrößen im gesamten Kristall mit  $e^{j\omega t}$  ändern. Die Gleichungen (9) bis (13) beschreiben dann die Abhängigkeit von der Ortskoordinate, so daß wie beim Stabilitätskriterium von Sturrock [7] zwischen anklingenden und abklingenden Wellen unterschieden werden kann. Die Methode entspricht der Suche nach einer konvektiven Instabilität.

Da  $\omega$  reell ist, kann die zeitliche Ableitung durch die Multiplikation mit  $j\omega$  ersetzt werden. Weiterhin werden die Wechselgrößen in Real- und Imaginärteil zerlegt

$$v_{n\sim} = v_{nR} + j v_{nI} \quad ; \quad v_{p\sim} = v_{pR} + j v_{pI} \quad (14)$$

$$n_{\sim} = n_R + j n_I \quad ; \quad p_{\sim} = p_R + j p_I \quad (15)$$

$$E_{\sim} = E_{R1} + j E_{I1} \quad (16)$$

Wenn die Ableitung einer Größe nach  $z$  durch einen Strich gekennzeichnet wird, so erhält man das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} v'_{nR} v_{n0} + \frac{v_{nR}}{\tau_n} - \omega v_{nI} + n'_R \frac{v_{\sim}^2}{n_0} &= - \frac{e}{m_n} E_{R1} \\ v'_{nI} v_{n0} + \frac{v_{nI}}{\tau_n} + \omega v_{nR} + n'_I \frac{v_{\sim}^2}{n_0} &= - \frac{e}{m_n} E_{I1} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} v'_{pR} v_{p0} + \frac{v_{pR}}{\tau_p} - \omega v_{pI} + p'_R \frac{v_{\sim}^2}{p_0} &= \frac{e}{m_p} E_{R1} \\ v'_{pI} v_{p0} + \frac{v_{pI}}{\tau_p} + \omega v_{pR} + p'_I \frac{v_{\sim}^2}{p_0} &= \frac{e}{m_p} E_{I1} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} v_{nR} \cdot n_0 - v_{pR} \cdot p_0 + n_R v_{n0} - p_R v_{p0} &= - \frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{e} E_{I1} \\ v_{nI} \cdot n_0 - v_{pI} \cdot p_0 + n_I v_{n0} - p_I v_{p0} &= \frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{e} E_{R1} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} v'_{nR} n_0 + n'_R v_{n0} - \omega n_I &= 0 \\ v'_{nI} n_0 + n'_I v_{n0} + \omega n_R &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} v'_{pR} p_0 + p'_R v_{p0} - \omega p_I &= 0 \\ v'_{pI} p_0 + p'_I v_{p0} + \omega p_R &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$



### 3. Die Analogrechnerschaltung

Würde man die Gleichungen (17) bis (21) auf dem Analogrechner programmieren, so würden sich algebraische Schleifen ergeben, die für  $v_- > v_{n0}$  und  $v_+ > v_{p0}$  instabil werden. Da aber diese Bedingungen in einem Halbleiter immer erfüllt sind, muß eine Substitution eingeführt werden:

$$\begin{aligned} v_{nR} &= \frac{1}{v_{n0}} (x_{nR1} - y_{nR1}) & ; & \quad v_{pR} = \frac{1}{v_{p0}} (x_{pR1} - y_{pR1}) \\ v_{n\bar{1}} &= \frac{1}{v_{n0}} (x_{n\bar{1}1} - y_{n\bar{1}1}) & ; & \quad v_{p\bar{1}} = \frac{1}{v_{p0}} (x_{p\bar{1}1} - y_{p\bar{1}1}) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} n_R &= \frac{n_0}{v_-^2} (x_{nR1} + y_{nR1}) & ; & \quad p_R = \frac{p_0}{v_+^2} (x_{pR1} + y_{pR1}) \\ n_{\bar{1}} &= \frac{n_0}{v_-^2} (x_{n\bar{1}1} + y_{n\bar{1}1}) & ; & \quad p_{\bar{1}} = \frac{p_0}{v_+^2} (x_{p\bar{1}1} + y_{p\bar{1}1}) \end{aligned} \quad (23)$$

Die Geschwindigkeit der Elektronen  $v_{n0}$  ist eine negative Zahl, da sich die Elektronen in negative z-Richtung bewegen, während  $v_{p0}$  positiv ist.

$$v_{n0} = -|v_{n0}| \quad ; \quad v_{p0} = +|v_{p0}| \quad (24)$$

Die Umrechnung der Systemvariablen auf MaschinenvARIABLE geschieht nach folgender Skalierung:

$$\begin{aligned} x_{nR1} &= a_{n4} x_{nR} & ; & \quad x_{n\bar{1}1} = a_{n4} x_{n\bar{1}} \\ x_{pR1} &= a_{p4} x_{pR} & ; & \quad x_{p\bar{1}1} = a_{p4} x_{p\bar{1}} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} y_{nR1} &= a_{n4} y_{nR} & ; & \quad y_{n\bar{1}1} = a_{n4} y_{n\bar{1}} \\ y_{pR1} &= a_{p4} y_{pR} & ; & \quad y_{p\bar{1}1} = a_{p4} y_{p\bar{1}} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} E_{R1} &= a_1 E_R & ; & \quad E_{\bar{1}1} = a_1 E_{\bar{1}} \quad ; \quad z = \mathcal{R} \cdot \tau \end{aligned} \quad (30)$$

Unter Benutzung der Gleichungen (22) bis (27) erhält man das System der Maschinengleichungen:

$$\begin{aligned} X'_{nR} &= H_n(X_{nR} - y_{nR}) - K_n(X_{n\bar{z}} - y_{n\bar{z}}) - L_n E_R \\ X'_{n\bar{z}} &= H_n(X_{n\bar{z}} - y_{n\bar{z}}) + K_n(X_{nR} - y_{nR}) - L_n E_{\bar{z}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} X'_{pR} &= -H_p(X_{pR} - y_{pR}) + K_p(X_{p\bar{z}} - y_{p\bar{z}}) + L_p E_R \\ X'_{p\bar{z}} &= -H_p(X_{p\bar{z}} - y_{p\bar{z}}) - K_p(X_{pR} - y_{pR}) + L_p E_{\bar{z}} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} E_{\bar{z}} &= M_n X_{nR} - N_n y_{nR} + M_p X_{pR} - N_p y_{pR} \\ E_R &= -M_n X_{n\bar{z}} + N_n y_{n\bar{z}} - M_p X_{p\bar{z}} + N_p y_{p\bar{z}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} y'_{nR} &= P_n X'_{nR} + Q_n X_{n\bar{z}} + Q_n y_{n\bar{z}} \\ y'_{n\bar{z}} &= P_n X'_{n\bar{z}} - Q_n X_{nR} - Q_n y_{nR} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} y'_{pR} &= P_p X'_{pR} - Q_p X_{p\bar{z}} - Q_p y_{p\bar{z}} \\ y'_{p\bar{z}} &= P_p X'_{p\bar{z}} + Q_p X_{pR} + Q_p y_{pR} \end{aligned} \quad (32)$$

Die Werte für die Koeffizientenpotentiometer sind positiv und liegen zwischen 0 und 1.  
Im einzelnen berechnen sie sich folgendermaßen:

$$H_n = \frac{\kappa}{2 \tau_n |\dot{v}_{nc}|} ;$$

$$H_p = \frac{\kappa}{2 \tau_p |\dot{v}_{pc}|}$$

$$K_n = \frac{\omega \kappa}{2 |\dot{v}_{nc}|} ;$$

$$K_p = \frac{\omega \kappa}{2 |\dot{v}_{pc}|}$$

$$L_n = \frac{e \kappa a_1}{2 m_n a_{n4}} ;$$

$$L_p = \frac{e \kappa a_1}{2 m_p a_{p4}}$$

$$M_n = \frac{e}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \frac{a_{n4}}{a_1} \frac{n_0}{|\dot{v}_{nc}|} \left\{ 1 + \frac{|\dot{v}_{nc}|^2}{v_-^2} \right\} ; M_p = \frac{e}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \frac{a_{p4}}{a_1} \frac{p_0}{|\dot{v}_{pc}|} \left\{ 1 + \frac{|\dot{v}_{pc}|^2}{v_+^2} \right\}$$

$$N_n = \frac{e}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \frac{a_{n4}}{a_1} \frac{n_0}{|\dot{v}_{nc}|} \left\{ 1 - \frac{|\dot{v}_{nc}|^2}{v_-^2} \right\} ; N_p = \frac{e}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \frac{a_{p4}}{a_1} \frac{p_0}{|\dot{v}_{pc}|} \left\{ 1 - \frac{|\dot{v}_{pc}|^2}{v_+^2} \right\}$$

$$P_n = \frac{1 + \frac{|\dot{v}_{nc}|^2}{v_-^2}}{1 - \frac{|\dot{v}_{nc}|^2}{v_-^2}} ;$$

$$P_p = \frac{1 + \frac{|\dot{v}_{pc}|^2}{v_+^2}}{1 - \frac{|\dot{v}_{pc}|^2}{v_+^2}}$$

$$Q_n = \frac{\frac{\omega \kappa \dot{v}_{nc}}{v_-^2}}{1 - \frac{|\dot{v}_{nc}|^2}{v_-^2}} ;$$

$$Q_p = \frac{\frac{\omega \kappa \dot{v}_{pc}}{v_+^2}}{1 - \frac{|\dot{v}_{pc}|^2}{v_+^2}}$$

Die Gleichungen (28) bis (32) ergeben die Rechenschaltung Bild 1, die auf dem Analogrechner R A 463/2 des Heinrich-Hertz-Instituts gesteckt wurde.



#### 4. Wellen im unkompensierten Elektronenplasma

##### 4.1. Darstellung auf dem Analogrechner

Im unkompensierten Elektronenplasma existieren nur Elektronen als freie Ladungsträger. Ihre Raumladungen werden durch Ionen entgegengesetzter Ladung kompensiert, die im Gitter festsitzen. Dieser Fall wird in den Gleichungen (27) bis (32) durch  $M_p = 0$  und  $N_p = 0$  wiedergegeben.

Als Rechenbeispiel dient Indiumantimonid. Dieses erreicht bei tiefen Temperaturen eine hohe Beweglichkeit, so daß folgende Werte angenommen werden können:

$$\begin{aligned} n_0 &= 10^{13} \text{ cm}^{-3} & ; & \quad \epsilon = 16 \\ \frac{e}{m_n} &= 1,26 \cdot 10^{17} \text{ V}^{-1} \text{ sec}^{-2} \text{ cm}^2 \\ |v_{n0}| &= 7 \cdot 10^7 \text{ cm sec}^{-1} & ; & \quad \frac{|v_{n0}|}{|v_-|} = 0,5 \\ f_{pn} &= 60 \text{ GHz} \end{aligned}$$

Die Wellenausbreitung oberhalb der Plasmafrequenz bei 65 GHz ist in Bild 2 dargestellt. Der rechte Teil enthält den Verlauf der elektrischen Feldstärke in Abhängigkeit vom Ort, während diese links in Polarkoordinaten für wachsendes  $z$  aufgezeichnet ist. Die Kurve für  $\omega \tau_n = \infty$  zeigt die ungedämpfte Ausbreitung einer langsamen Raumladungswelle (kurze Wellenlänge) und einer schnellen Raumladungswelle (lange Wellenlänge). Die schnelle Welle läuft gegen den Uhrzeigersinn und die langsame hat entgegengesetzte Drehrichtung, was aus der Hypozykloide folgt. Die Wellen laufen aber mit unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit in entgegengesetzte Richtung, die schnelle Welle nach  $-z$  und die langsame nach  $+z$ .

Nach Einführung einer Dämpfung durch Kollisionen entsteht die obere Kurve. Beide Wellen sind gedämpft.

Bild 3 zeigt die Wellenausbreitung unterhalb der Plasmafrequenz. In  $+z$ -Richtung laufen für  $\omega \tau_n = \infty$  die schnelle und langsame Raumladungswelle, da in Polarkoordinaten eine Epizykloide entsteht. Für  $\omega \tau_n \approx 20$  ist die langsame Welle gedämpft, während die schnelle Welle in  $z$ -Richtung anklingt. Dies stellt eine konvektive Instabilität, ähnlich dem Verstärker mit Widerstandswand dar. Bei noch

weiterer Senkung der Betriebsfrequenz auf 50 GHz und 45 GHz entstehen immer stärkere aperiodische Felder, deren Phasendrehung bedeutungslos wird. Der Rechner gibt nur ein in -z-Richtung abklingendes Feld wieder.

#### 4.2. Diskussion des Ergebnisses

Aus den Gleichungen (9) bis (13) erhält man für die Ortsabhängigkeit  $e^{-j k z}$  durch Nullsetzen der Systemdeterminante im Fall, daß nur Elektronen an der Wellenfortpflanzung beteiligt sind, die Dispersionsgleichung:

$$\frac{\omega_{pn}^2}{\left\{ \omega + k |v_{no}| - j \frac{1}{\tau_n} \right\} \left\{ \omega + k |v_{no}| \right\} - k^2 v_-^2} = 1 \quad (33)$$

Wenn  $(\omega \tau_n)^{-1} \ll 1$  bzw.  $(\omega_p \tau_n)^{-1} \ll 1$  sind, so läßt sich diese Gleichung einfach ausrechnen:

$$k_{1,2} = \frac{\omega |v_{no}|}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \pm \frac{\omega_{pn} v_-}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \sqrt{\frac{|v_{no}|^2}{v_-^2} - 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_{pn}} \right)^2} - j \left\{ \frac{\omega |v_{no}|}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \cdot \frac{1}{\omega \tau_n} \pm \frac{\frac{\omega v_-}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \cdot \frac{1}{\omega_{pn} \tau_n}}{\sqrt{\frac{|v_{no}|^2}{v_-^2} - 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_{pn}} \right)^2}} \right\} \quad (34)$$

Das Halbleiterplasma als Transportmedium für Raumladungswellen unterscheidet sich durch das thermische Glied wesentlich vom Elektronenstrahl. Das zweite und vierte Glied von k beschreibt die eigentliche Wellenausbreitung so, wie sie ein mit dem Elektronenstrom bewegter Betrachter empfindet. Es läßt sich eine Grenzfrequenz

$$\omega_{gn1} = \omega_{pn} \sqrt{1 - \frac{|v_{no}|^2}{v_-^2}} \quad (35)$$

angeben, für die

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{\omega_{gn1}} = 0 \quad \text{ist.}$$

Wie in einem Hohlleiter ergibt sich :

$$\omega > \omega_{gn1}$$

Wellenausbreitung

$$\omega < \omega_{gn1}$$

Aperiodisches Hochfrequenzfeld

Eine solche Grenze existiert für reelle Frequenzen nur, wenn  $|v_{no}| < v_-^2$  vorliegt, also im Halbleiter und nicht in der Elektronenröhre. Es läßt sich in Analogie zum Hohlleiter eine kritische Wellenlänge angeben:

$$\lambda_K = \frac{2\pi c}{\omega_{gn1}} = \frac{2\pi c}{\omega_{pn} \sqrt{1 - \frac{|v_{nc}|^2}{v_-^2}}} \quad (36)$$

Das vierte Glied aus (34) hat ebenfalls Ähnlichkeit mit einer Hohlleiterdämpfung, die jedoch proportional zu  $\omega^2$  ansteigt, so daß man folgende Form erhält :

$$k_{1,2} = \frac{1}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \left[ \omega |v_{no}| - j \frac{\omega |v_{nc}|}{\omega \tau_n} + \left\{ \frac{2\pi}{\lambda_K} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_K}{\lambda_c}\right)^2} \cdot c |v_{nc}| - j \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 \frac{v_-}{\tau_n} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_K}\right)^2}} \right\} \right] \quad (37)$$

Das Minuszeichen entspricht der schnellen Raumladungswelle.

Die obere Grenzfrequenz  $\omega_{g2}$  des Ersatzhohlleiters ist durch die Bedingung  $\lambda > \lambda_D$  gegeben:

$$\begin{aligned} \omega_{gn2} &= 2\pi \omega_{pn} \left\{ \sqrt{1 + \frac{1}{4\pi^2}} - \frac{|v_{no}|}{v_-} \right\} \\ &\approx 2\pi \omega_{pn} \left( 1 - \frac{v_{nc}}{v_-} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

Oberhalb dieser Frequenz ist nur noch die schnelle Welle eindeutig bis

$$\omega_{gn3} \approx 2\pi \omega_{pn} \left( 1 + \frac{|v_{nc}|}{v_-} \right) \quad (39)$$



Für die Wellenausbreitung langsamer und schneller Raumladungswellen im Halbleiter mit  $\omega \tau_n \gg 1$  und  $v_- > |v_{no}|$  ist also der Bereich  $\omega_{gn1} < \omega < \omega_{gn2}$  sinnvoll

Im Beispiel 4.1. ist :

$$f_{gn1} = 52 \text{ GHz} ; f_{gn2} = 188 \text{ GHz}$$

In unmittelbarer Nähe von  $\omega_{gn1}$  wird das letzte Glied von Gleichung (34) und (37) falsch, da dann die Reihenentwicklung, die nach dem zweiten Glied abgebrochen wurde, nicht mehr konvergiert.

Die festgestellte konvektive Instabilität der schnellen Raumladungswelle entsteht durch die Vergrößerung des letzten Gliedes in Gleichung (34) bei Unterschreiten von  $\omega_{pn}$ . Der Imaginärteil der Ausbreitungskonstante wird positiv. Die Instabilität läßt sich durch eine Abschätzung mit dem Kriterium von Bers und Briggs [8] bestätigen.

## 5. Wellen im Elektron-Lochplasma

### 5.1. Darstellung auf dem Analogrechner

Im Elektron-Lochplasma existieren Elektronen und Löcher als freie Ladungsträger. Beide Ladungsträgerarten haben unterschiedliche Dichten; durch feststehende Ionen herrscht trotzdem nach außen Ladungsneutralität.

Durch Minoritätsträgerinjektion wird eine einstellbare Löcherdichte hervorgerufen, während die Frequenz der Wellenausbreitung so gewählt wird, daß  $\omega_{gn1} < \omega < \omega_{gn2}$  ist.

Das Beispiel hat bei Indiumantimonid dieselben Werte für die Elektronen wie in 4.1. Von Bild 5 bis Bild 8 wird die Löcherdichte von  $\bar{p}_0 = 5 \cdot 10^{12}$  auf  $\bar{p}_0 = 3 \cdot 10^{13}$  allmählich erhöht. Mit wachsenden  $\bar{p}_0$  wird die Schwebungswellenlänge zwischen langsamer und schneller Raumladungswelle immer größer, bis beide in aperiodische Felder übergehen. Eine Erhöhung von  $\bar{p}_0$  wirkt hier also wie eine Erhöhung der Grenzfrequenz.

### 5.2. Diskussion der Ergebnisse

Die vollständige Dispersionsgleichung bei Elektronen und Löchern lautet:

$$\frac{\omega_{pn}^2}{\left\{ \omega + k|v_{no}| - j \frac{1}{\tau_n} \right\} \left\{ \omega + k|v_{nc}| \right\} - k^2 v_-^2} + \frac{\omega_{pp}^2}{\left\{ \omega - k|v_{pc}| - j \frac{1}{\tau_p} \right\} \left\{ \omega - k|v_{pc}| \right\} - k^2 v_+^2} = 1$$

Da  $|v_{po}| \ll |v_{no}|$  und ebenfalls  $v_+$  sehr klein ist, kann für großes  $\tau_p$  die Näherung eingeführt werden:

$$\frac{\frac{\omega_{pn}^2}{1 - \left(\frac{\omega_{pp}}{\omega}\right)^2}}{\left\{ \omega + k|v_{no}| - j \frac{1}{\tau_n} \right\} \left\{ \omega + k|v_{no}| \right\} - k^2 v_-^2} = 1$$

Alle Betrachtungen aus 5.2. bleiben somit erhalten, wenn die Plasmafrequenz mit dem Korrekturfaktor

$$\left\{ 1 - \left( \frac{\omega_{pp}}{\omega} \right)^2 \right\}^{-1}$$

multipliziert wird. Hierdurch entsteht die Anhebung der Grenzfrequenz  $\omega_{g1}$

In Bild 8 ist also keine Instabilität zu sehen, sondern ein bewegtes aperiodisches Wellenfeld, das durch seine Bewegung dem ruhenden Betrachter den Eindruck einer Phasendrehung vermittelt.

## 6. Schlußbemerkung

Die Ausbreitung longitudinaler Plasmawellen im Halbleiter ist für reelle Frequenzen dargestellt worden. Als Ergebnisse erscheinen sehr anschaulich die Verläufe der elektrischen Feldstärke über der Längenkoordinate. Die wichtigsten Lösungstypen sind in den Bildern 2 bis 8 zusammengestellt.

Mühsam ist jedoch die Deutung der gewonnenen Kurven, da ohne ganz spezielle Wahl der Randbedingungen verschiedene Lösungen überlagert auftreten. Es besteht eine Analogie zum Hohlleiter.

Die Methode ist mit dem Kriterium für konvektive Instabilität nach Sturrock identisch. Zur Durchführung der schärferen Kriterien von Bers und Briggs reicht normalerweise die geringe Zahl der Rechenelemente nicht aus.

Eine longitudinale Zweistrominstabilität im allseits ausgedehnten Halbleiter konnte im Fall  $v_- > v_{no}$  und  $v_+ > v_{po}$  auch für  $\omega \tau_n \gg 1$  nicht gefunden werden. Einzige Instabilität war die Entdämpfung der schnellen Elektronenwelle dicht unterhalb der Plasmafrequenz bei großem  $\omega \tau$ . Die Wellenausbreitung längs einer dünnen Schicht könnte jedoch den Einfluß der thermischen Geschwindigkeit verringern.

## 7. Literatur

- [1] Pines, Schrieffer : " Collective Behavior in Solid - State Plasmas "  
Physical Review Vol 124 No 5 p. 1387 (1961)
- [2] W. Köchner : " Untersuchung der Zweistrom-Instabilität im  
driftenden Halbleiterplasma "  
AEÜ 19 [1965] p. 445
- [3] Rowe King : " Nonisothermal Wave Propagation and Instabilities  
in Indiumantimonide "  
Vortrag auf der Moga Hamburg 16-20 IX 1968
- [4] Solimar Ash : " Some Travelling-Wave Interactions in Semiconduc-  
tors Theory and design Considerations "  
Int. J. Electronics 1966 Vol 20 No 2 p 127
- [5] M.E. Hines : " Theory of Space - Harmonic Traveling - Wave  
Interactions in Semiconductors "  
IEEE Trans. E D - 16 No 1 p 88
- [6] Vural, Bloom : " Small-Signal Power Flow and Energy Density  
for Streaming carriers in the Presence of Collision "  
IEEE Trans. E D 1967 p 345
- [7] P.A. Sturrock : " Kinematics of Growing Waves "  
Physical Review Vol. 112 No 5 p 1488 (1958)
- [8] G. Briggs : " Electron Stream Interactions with Plasmas "  
MIT Press Res.Mon. No 29



# Liste der Symbole

$a_1, a_{n4}, a_{p4}$	=	Umrechnungsfaktoren zwischen Systemvariablen und Maschinenvariablen
$c$	=	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$e$	=	Elementarladung
$f$	=	Betriebsfrequenz
$f_{gn1}, f_{gn2}$	=	Obere und untere Grenzfrequenz des Ersatzhohlleiters
$f_{pn}, f_{pp}$	=	Plasmafrequenzen von Elektronen und Löchern
$k$	=	komplexe Wellenzahl
$m_n, m_p$	=	effektive Masse von Elektronen und Löchern
$n$	=	Elektronendichte
$t$	=	Zeit
$v_n, v_p$	=	Driftgeschwindigkeiten von Elektronen und Löchern
$v_-, v_+$	=	Thermische Geschwindigkeiten von Elektronen und Löchern
$x, y$	=	Substitutionsvariable
$z$	=	Längenkoordinate
$E$	=	elektrische Feldstärke
$I$	=	Index für Imaginärteile
$H_n, K_n, L_n, M_n, N_n, P_n, Q_n$	=	Werte von Koeffizientenpotentiometern
$H_p, K_p, L_p, M_p, N_p, P_p, Q_p$	=	
$R$	=	Index für Realteile
$H$	=	magnetische Feldstärke
$\epsilon$	=	relative Permittivität
$\epsilon_0$	=	Permittivität des leeren Raumes
$\kappa$	=	Umrechnungsfaktor
$\lambda, \lambda_D$	=	Wellenlänge im freien Raum, Debye-Länge
$\lambda_n$	=	kritische Wellenlänge des Ersatzhohlleiters
$\tau$	=	Rechenzeit
$\tau_n, \tau_p$	=	Impulsrelaxationszeit für Elektronen und Löcher

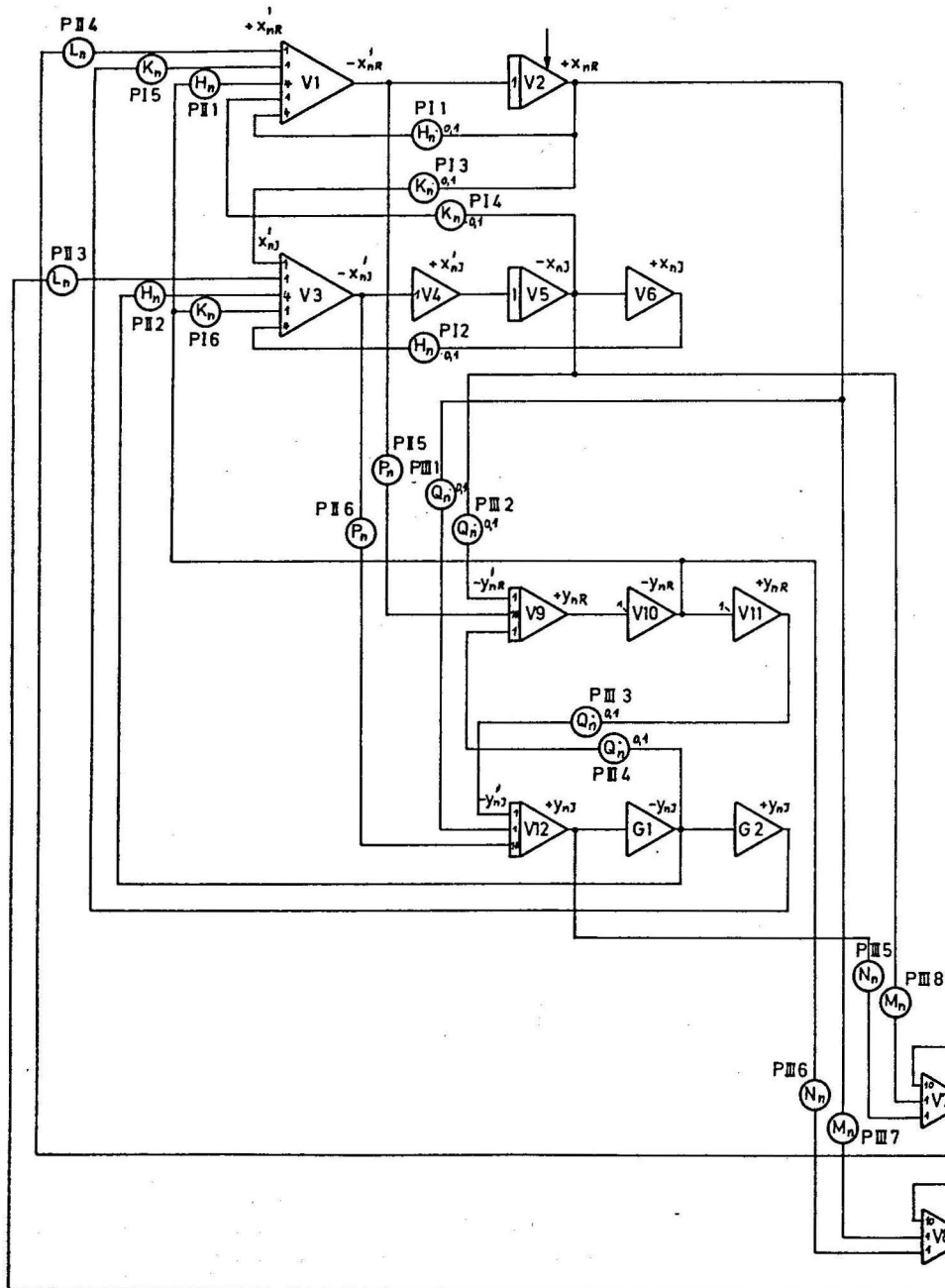
$\omega$	=	Kreisfrequenz
$\omega_{gn1}, \omega_{gn2}, \omega_{gn3}$	=	Grenzkreisfrequenzen
$\omega_{pn}, \omega_{pp}$	=	Plasmakreisfrequenzen von Elektronen und Löchern

Stationäre Anteile tragen den Index o

Wechselanteile haben als Index ~

Ableitungen nach z bzw. nach  $\tau$  sind mit einem Strich gekennzeichnet.

# Elektronen



# Löcher

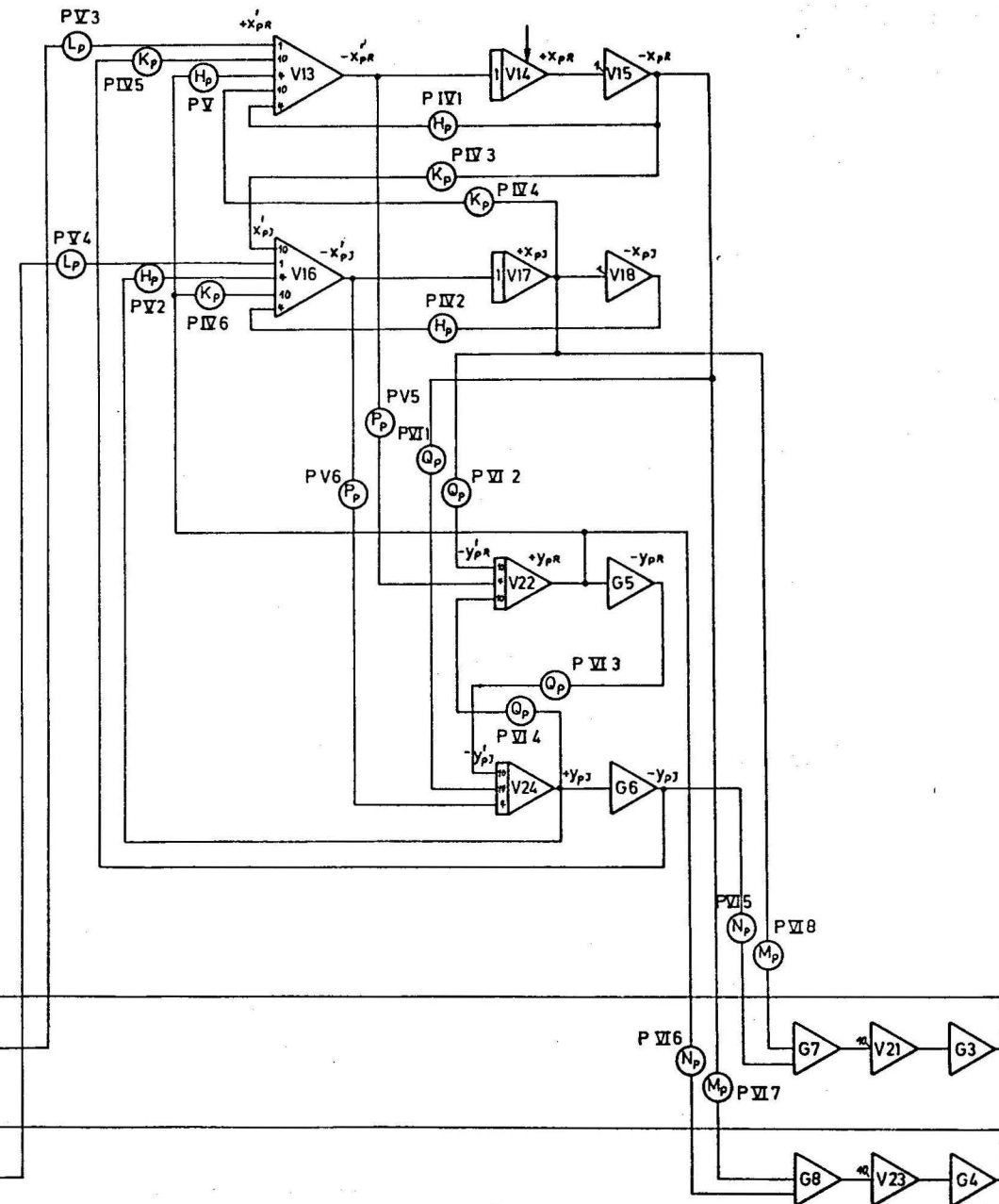
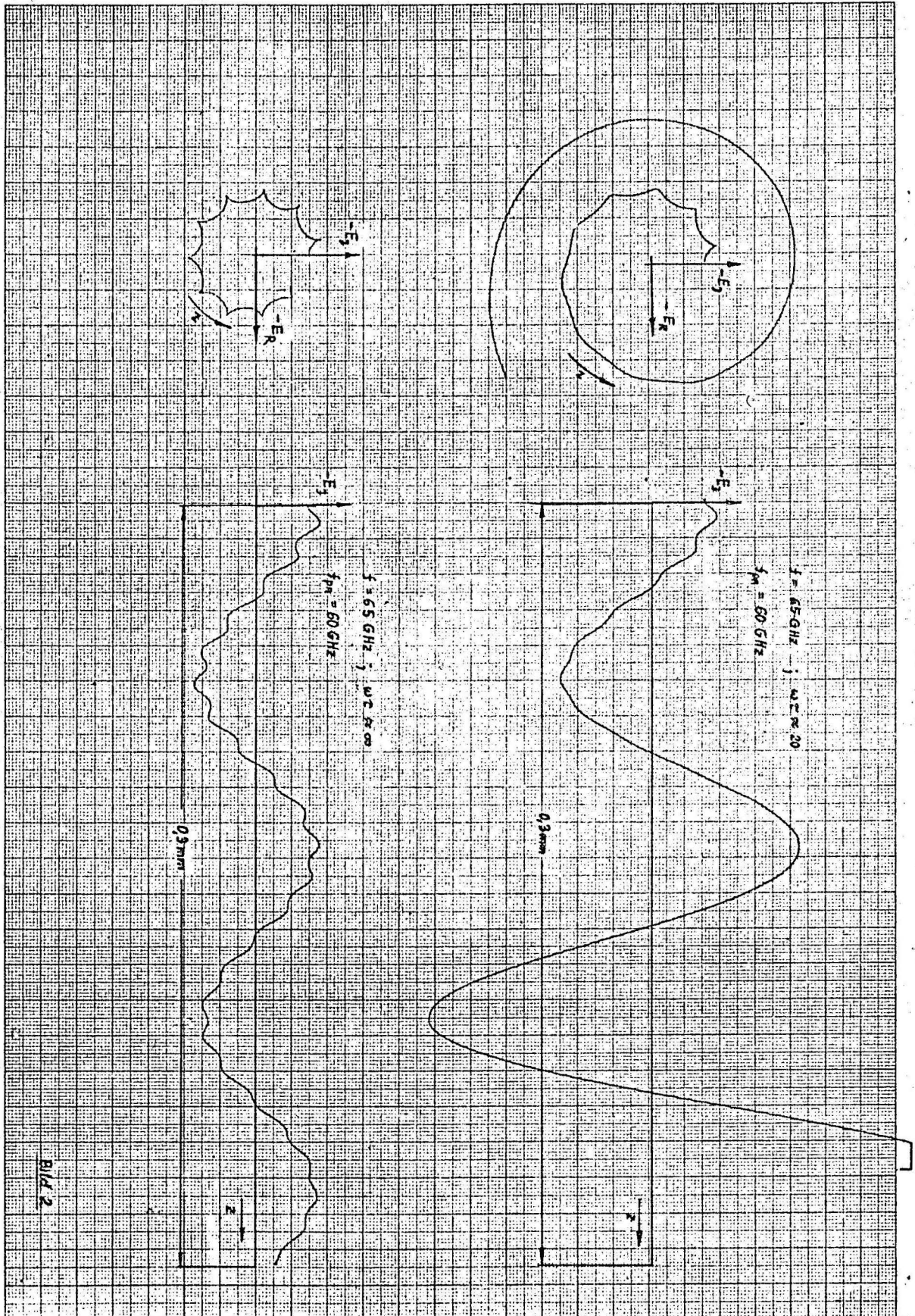
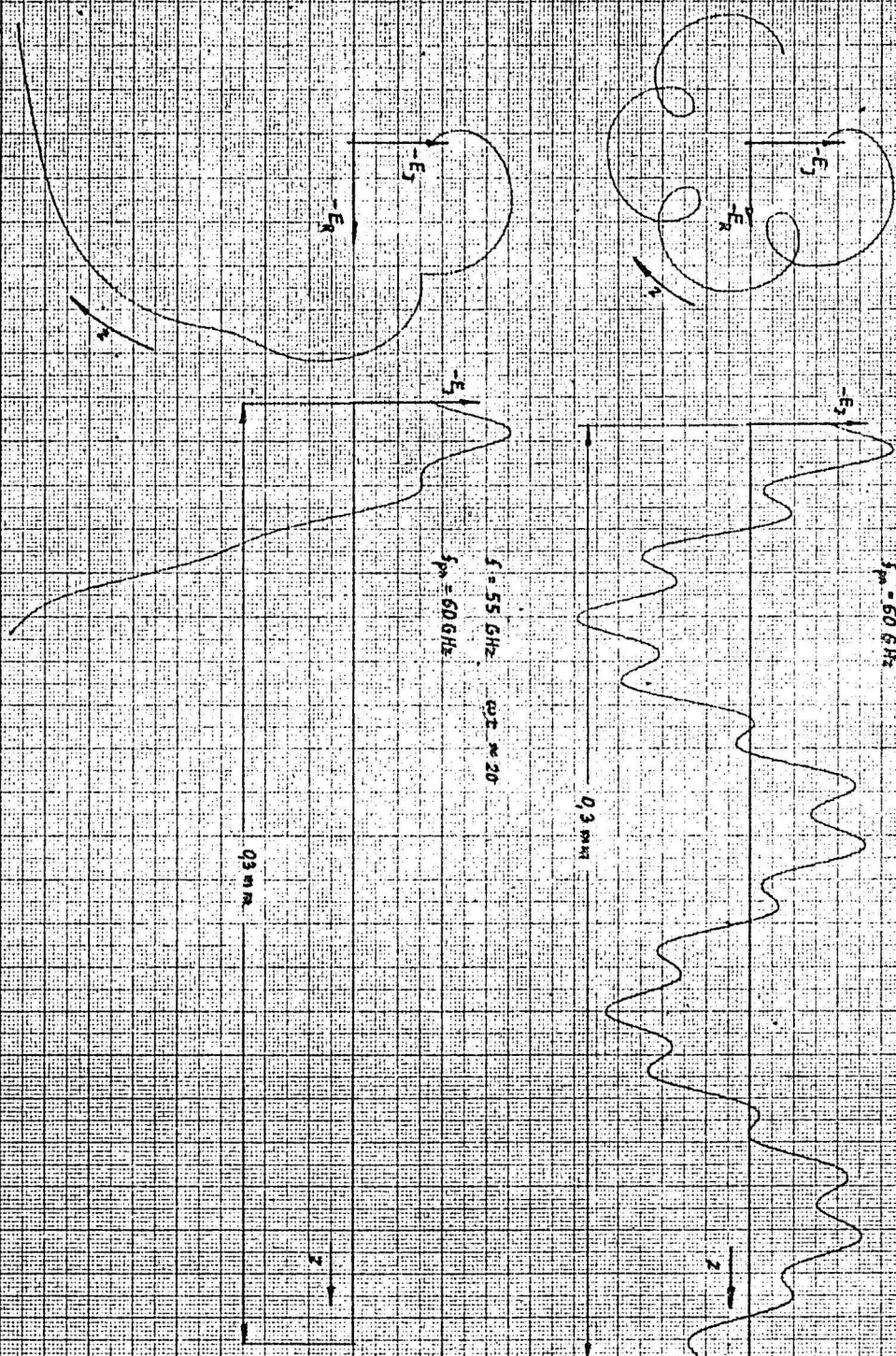


Bild 1

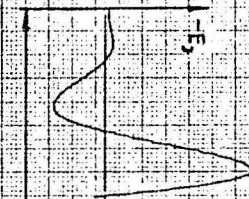
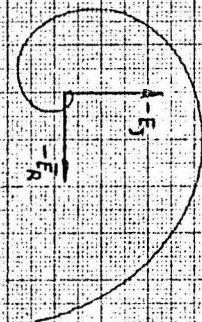






For use on MOSELEY  
AUTOGRAPH X-Y Recorders  
Model No. 1 228-0224 G

HENLETT  PACKARD



$f = 60 \text{ GHz}$   
 $f_m = 60 \text{ GHz}$

$\omega T = \infty$

0.3 mm

$\frac{1}{2}$

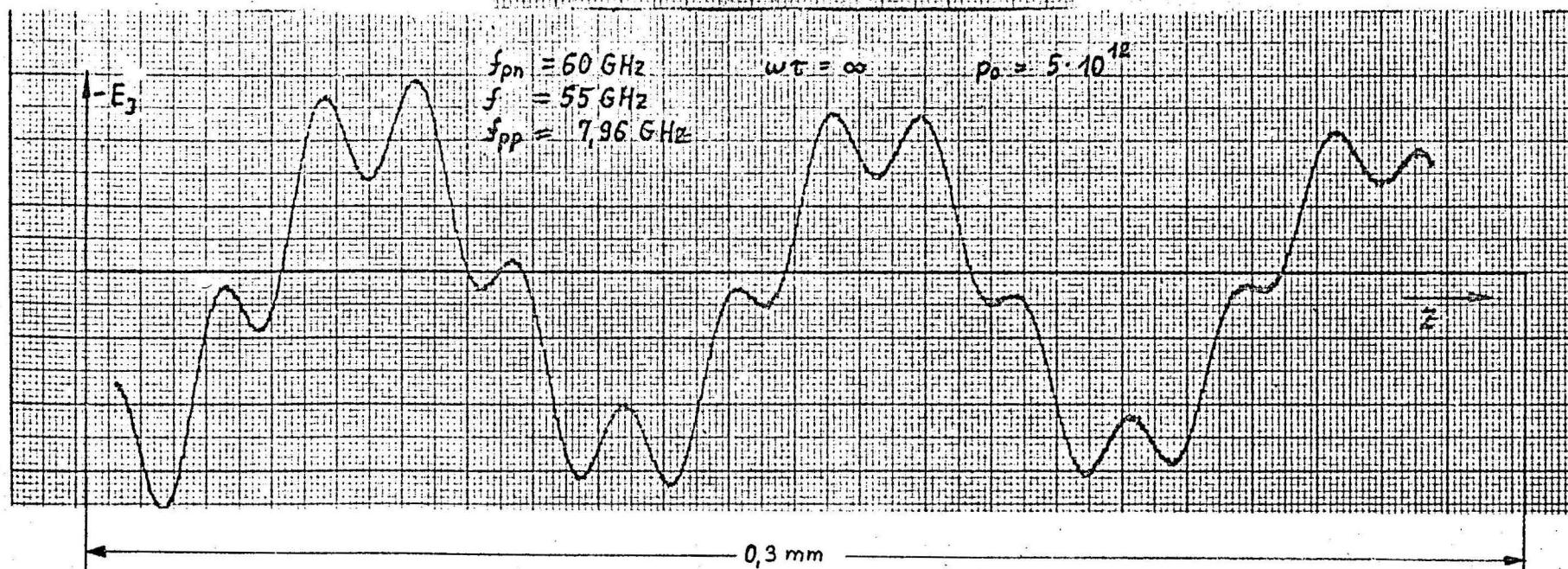
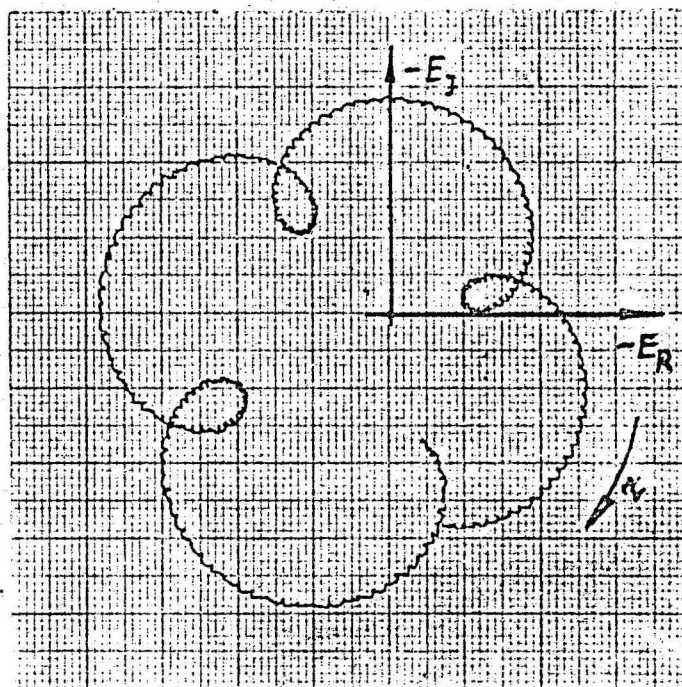


$f = 45 \text{ GHz}$   
 $f_m = 60 \text{ GHz}$        $\omega T = \infty$

0.3 mm

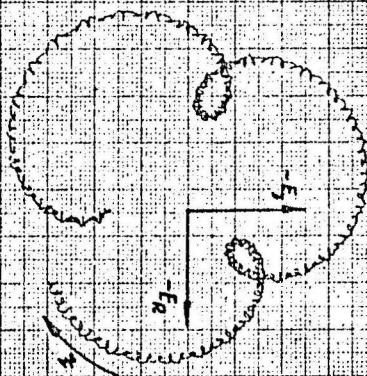
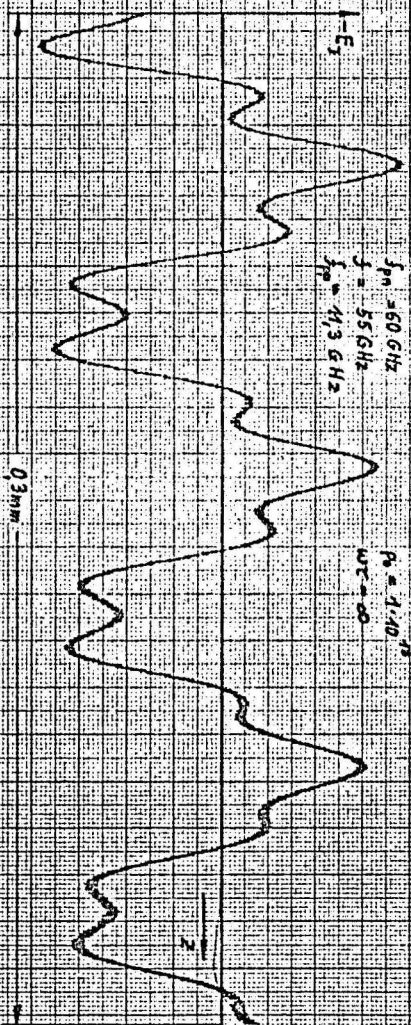
$\frac{1}{2}$





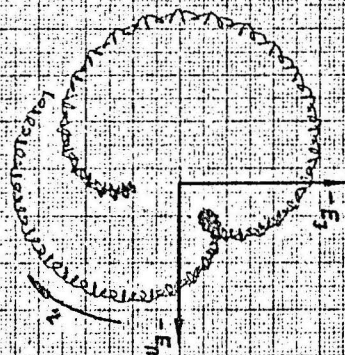
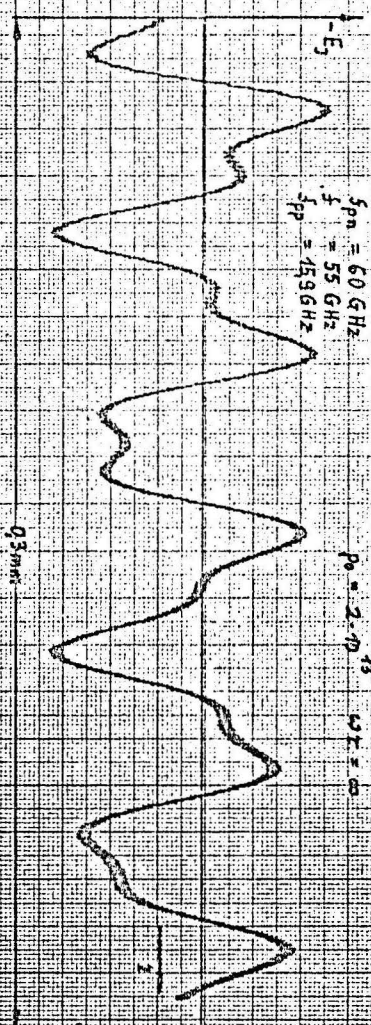
For use on MOSELEY  
AUTOGRAPH 1-Y Recorder  
Stock No. 1 228-0021 G

HEWLETT  PACKARD



9 p18





For use on MOSELEY  
AUTOGRAPH X-Y Recorder  
Stock No. 228-0221 G

HEWLETT  PACKARD

